XXXIX CNMAC, 17 a 21 de setembro de 2018, Imecc - Unicamp, Campinas - SP

Códigos Coloridos Poligonais

Eduardo Brandani da Silva
Franciele Pondian Bento Soares
Waldir Silva Soares Junior [1]
DAI - Campus de Pato Branco - UTFPR

Resumo.

Neste trabalho daremos sequência a proposta de um procedimento para construir o que chamamos de códigos coloridos poligonais. Essa técnica expande os códigos coloridos triangulares introduzidos por Bombin e Martin-Delgado em 2007. Os códigos coloridos triangulares são construídos sobre uma superfície euclidiana bidimensional com três bordos, sendo um de cada cor, e têm a propriedade de implementar todo o grupo de Clifford, mas codifica apenas um qubit. Na nossa proposta, os códigos coloridos poligonais são construídos sobre superfícies bidimensionais com n bordos, com $n \geq 3$, aumentando o número de qubits codificados. Avaliando os geradores do primeiro grupo de homologia da superfície com bordo em questão mostramos que podemos elevar a dimensão do código sem perder a propriedade de implementação transversal do grupo de Clifford. Além disso construímos dois códigos, um com 2 e um com 3 qubits codificados, que exemplificam esse método.

[1] dir.soares.junior@gmail.com

Códigos Quânticos CWS

Douglas Frederico Guimarães Santiago [1]
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

Em um código CWS (Codeword Stabilized Quantum Codes) de parâmetros $((n, K, e))_d$, o grupo estabilizador estabiliza um estado quântico e os elementos da base do código são construídos aplicando operadores de Pauli distintos no estado estabilizado A metodologia envolvida na criação de códigos CWS permite que, fixados os parâmetros n e e, o problema de construir bons códigos quânticos CWS se transforme no problema de construir códigos clássicos que corrijam um conjunto específico de erros. Serão então discutidos os últimos avanços da literatura referente aos códigos CWS, além de relacionar esta metodologia com outras formas recentes utilizadas para se construir códigos quânticos.

1 Resultados

Um código quântico é um subespaço de um espaço de Hilbert e é classificado pelos parâmetros $((n, K, e))_d$. Para $d = 2$ o código é dito binário. O parâmetro n é a dimensão do espaço de Hilbert, K a dimensão do código. O parâmetro e representa a quantidade de qudits que o código pode detectar. Um código de parâmetro e detecta erros em até $e - 1$ qudits. Uma forma de se comparar códigos quânticos com parâmetros n e e fixos, é mediante o valor do parâmetro K. Neste caso, Quanto maior o valor de K, melhor o código. Uma classe de códigos quânticos muito explorada na literatura é a classe dos códigos estabilizadores. Nestes, o subespaço que define o código é a interseção dos subespaços associados ao autovalor 1 de um conjunto de operadores que forma um subgrupo do grupo de Pauli. Este grupo é chamado de grupo estabilizador S. Em um código CWS (Codeword Stabilized Quantum Codes) de parâmetros $((n, K, e))_d$, o grupo estabilizador estabiliza um estado quântico e os elementos da base são construídos aplicando operadores de Pauli distintos no estado estabilizado. Os códigos CWS são uma generalização dos códigos estabilizadores, pois todo código estabilizador é um código CWS. A grande vantagem da metodologia envolvida na criação de códigos CWS, é que esta permite que, fixados os parâmetros n e e, o problema de construir bons códigos quânticos CWS se transforme no problema de construir códigos clássicos que corrijam um conjunto específico de erros. Serão então discutidos os últimos avanços da literatura dentro da metodologia dos códigos CWS, relacionando esta metodologia com outras recentes para a construção de códigos quânticos e discutidos caminhos futuros para pesquisa.

Referências

[1] E. Knill and R. Laflamme. *Theory of quantum error-correcting codes.* Phys. Rev. A, 55:900-911, 1997.

[1] douglas.santiago@ict.ufvjm.edu.br

[2] D. Gottesman. *Stabilizer codes and quantum error correction.* Tese de Doutorado, California Institute of Technology, 1997.

[3] S. Yu, Q. Chen, C. H. Lai, and C. H. Oh. *Nonadditive quantum error-correcting code.* Phys. Rev. Lett, 2008.

[4] A. Cross, G. Smith, J. A. Smolin, and B. Zeng. *Codeword stabilized quantum codes.* IEEE Trans. Inf. Theor., 55(1):433-438, 2009.

[5] X. Chen, B. Zeng, and I. L. Chuang. *Nonbinary codeword-stabilized quantum codes.* Phys. Rev. A, 78:062315, 2008.

[6] D. F. G. Santiago, R. Portugal,and N. Melo. *Non-pauli observables for cws codes.* Quantum Information Processing, 2012.

[7] Y. Li, I. Dumer, M. Grassl, and L. P. Pryadko. *Structured error recovery for codeword-stabilized quantum codes.* Phys. Rev. A, 81:052337, 2010.

[8] S. Yu, Q. Chen, and C. H. Oh. *Two Infinite Families of Nonadditive Quantum Error-Correcting Codes.* ieee Transsactions on Information Theory, vol. 61, NO. 12, December, 2015

[9] T. Jackson, M. Grassl, and B. Zeng. *Codeword Stabilized Quantum Codes for Asymmetric Channels.* ieee International Symposium on Information Theory, 2016.

Quantum-Walk-Based Algorithms and the Element Distinctness Problem

Renato Portugal [1]
LNCC - Petrópolis/RJ

Abstract.

IBM's 16-qubit quantum computer is now available for public use and the prospect of building a 50-qubit quantum computers in 2018 means that quantum computing will soon enter in a new stage. Quantum walks play a central role in the area of quantum algorithms and they can now be tested in actual quantum machines. We review the main techniques for developing quantum algorithms that are based on quantum walks and we apply those techniques for the element distinctness problem, which consists in determining whether a list has repeated elements. We describe quantum circuits and actual implementations on IBM's quantum computers.

[1]renato.portugal.d.sc@gmail.com

Quantum mechanics on minimal surfaces

Euclides Silva
Universidade Federal do Cariri (UFCA)

Abstract.

In this talk we present a state of the art review on the quantum features of an electron constrained to "move"on minimal surfaces in $\mathbb{R}^3$. The helicoid is realized as a graphene ribbon, a two dimensional carbon based material with outstanding properties. The catenoid, in its turn, is proposed as a bridge between two planes of carbon. The gaussian curvature induces a potential which modifies the electronic properties, a research area called *curvatronics*. On the catenoid, the Hamiltonian operator exhibits a quantum dot around the neck of the catenoid. By applying an external magnetic field, the neck turns into a barrier between two quantum wires. The eigenstates and energy spectrum are investigated while partition function is sketched.

Referências

[1] A. K. Geim, K. S. Novoselov, Nature Materials 6, 183 (2007).

[2] G. Ferrari, G. Cuoghi, Phys. Rev. Lett. 100, 230403 (2008).

[3] R. C. T. da Costa, Phys. Rev. A 23, 4, (1981).

[4] H. Terrones, A. L. Mackay, Chem. Phys. Let. 207, 45, (1993).

[5] R. Dandoloff, A. Saxena, B. Jensen, Phys. Rev. A 81, 014102 (2010).

[6] Y. Wang, L. Du, C. Xu, X. Liu and H. Zong Phys. Rev. A90, 042117 (2014).

O Emaranhamento Quântico e Descrição Matemática a partir de Códigos Corretores de Erros Clássicos

Profa. Dra. Wanessa Carla Gazzoni [1]
UNISAL, Unidade Campinas, *Campus São José*

Resumo Uma vez que todas as tarefas de processamento da informação que são realizáveis de forma eficiente somente no contexto quântico tem como base a utilização de determinadas classes de *estados de máximo emaranhamento, torna-se interessante o entendimento destes estados a partir da descrição matemática associada. Neste trabalho,é proposto um critério que permite a classificação de estados quânticos puros arbitrários como estado separável ou estado emaranhado. Para estabelecer a condição de máximo emaranhamento, tomou-se a medida de Meyer-Wallach, que foi interpretada com base em conceitos da Teoria de Codificação Clássica. Como resultado desta interpretação, tem-se uma condição necessária e suficiente para a descrição de estados de máximo emaranhamento. Tendo como objetivo o emprego destes estados como ferramentas para realização de tarefas de processamento (suscetíveis a erros), discute-se quais dentre todos os estados puros de máximo emaranhamento seriam mais adequados no contexto da proteção contra a ação de erros.*

1 Resultados

A primeira parte do trabalho consiste em exibir condições que permitam a classificação de estados puros arbitrários entre separáveis ou emaranhados. Tais condições são resumidas no que a literatura denomina *critérios de separabilidade.*

Por definição, dado um estado puro arbitrário com n-qubits é denominado *separável* se puder ser descrito como o produto de n estados de 1 qubit cada. O critério de separabilidade proposto é obtido a partir da identificação geométrica do conteúdo de cada ket $|i\rangle$ do estado (e respectivas amplitudes α_i) aos vértices $\mathbf{v}_i$ de um hipercubo em $\mathcal{H}_2^n$. Descrevendo as equações das diagonais de cada face e de todas as dimensões até as diagonais principais deste hipercubo a partir das amplitudes associadas a cada vértice, tem-se as condições descritas pelo Teorema 1. Os resultados obtidos reproduzem os apresentados pelos critérios de separabilidade e interpretações propostas em [2] e [3].

Teorema 1 [1]: Um estado quântico puro arbitrário com n *q-bits* é separável se, e somente se, são satisfeitas as equações na forma $\alpha_i\alpha_j = \alpha_k\alpha_l$, para i, j, k e $l \in \{0, 1, \cdots 2^n - 1\}$, onde as escolhas dos índices são dadas pelas condições

$$\mathbf{d_H(i,j)} = \mathbf{d_H(k,l)} = t, \mathbf{d_H(i,k)} = \mathbf{d_H(j,l)} = 1 \quad \text{e} \quad \mathbf{d_H(i,l)} = \mathbf{d_H(j,k)} = t-1,$$

para $2 \leq t \leq n$ e $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ e $\mathbf{l}$ são sequências binárias de $\mathcal{H}_2^n$ associados às amplitudes α_i, α_j, α_k e α_l, respectivamente.

[1] wanessa.gazzoni@sj.unisal.br

O segundo contexto desta proposta consiste em estabelecer um procedimento que permita descrever matematicamente estados quânticos arbitrários com a propriedade de máximo emaranhamento global. Para isso, a medida utilizada foi a proposta por Meyer-Wallach em [4],denotada por $\mathbf{Q}$, tal que $0 \leq \mathbf{Q} \leq 1$, sendo que $\mathbf{Q}(|\psi\rangle) = 1$ se, e somente se, $|\psi\rangle$ é um *estado de máximo emaranhamento global (MEG)*. De acordo com interpretações decorrentes do critério de separabilidade generalizado apresentado no Teorema 1, foi possível estabelecer uma nova interpretação para a medida de Meyer-Wallach Q. Considerando A_ψ o conjunto das sequências binárias que constituem os *kets* do estado puro arbitrário $|\psi\rangle$ com amplitudes iguais a $\frac{1}{\sqrt{M}}$, se A_ψ satisfaz $d > 1$, então $\mathbf{Q}(|\psi\rangle) = \mathbf{Q}'(|\psi\rangle) \equiv \frac{4}{n}\frac{1}{M^2}\sum_{j=1}^{n} z_j \cdot (M - z_j)$, onde z_j representa o número de n-uplas em A_ψ que tem "0" na j-ésima posição, para todo j, $j \in \{1, \cdots, n\}$, M denota a cardinalidade de A_ψ e d denota a mínima distância de Hamming neste conjunto. Nestas condições, $|\psi\rangle$ é um estado quântico puro de máximo emaranhamento global se, e somente se, $z_j = M/2$, para todo $j \in \{1, \cdots, n\}$.

Este resultado permite reconhecer e/ou descrever de uma forma sistemática quais são os estados que satisfazem à condição de máximo emaranhamento global. Tais condições podem ser diretamente relacionadas à definição de códigos (clássicos) binários lineares e algumas classes de códigos binários não-lineares que satisfazem a propriedade de $z_j = M/2$, para todo $j \in \{1, \cdots, n\}$.Considerando as várias classes de estados de máximo emaranhamento global que podem ser obtidas segundo esta condição, um terceiro contexto é definido: determinar quais são as classes de estados de máximo emaranhamento global são mais eficientes quanto à proteção a erros em tarefas de envio e processamento de informações quânticas. Esta questão é um problema similar à definição de códigos binários clássicos com boa capacidade de correção de erros clássicos. Como resultado,

Teorema 2 [1]: Os códigos binários e lineares que satisfazem a maximização de M e d são os códigos *simplex n-dimensionais*, $(n, M, d) = (n, n+1, \frac{n+1}{2})$, ou códigos *simplex* justapostos, $(n, M, d) = (tn, n+1, t(n+1)/2)$, $n = 2^m - 1, m \geq 2$, cujos conjuntos de palavras-código podem ser facilmente obtidas em procedimentos já estabelecidos na literatura.

De acordo com tais considerações, foram obtidas justificativas acerca da vasta utilização dos estados quânticos conhecidos como estados *GHZ* generalizados e destacou-se uma nova classe de estados de máximo emaranhamento global que ainda não havia sido destacada na literatura. Dada a relação existente entre tais estados e resultados da teoria de codificação clássica exibida no trabalho, comprovou-se que estes estados executam as tarefas de processamento de forma eficiente.

Referências

[1] W. C. Gazzoni, *Estudo do Emaranhamento Quântico com base na Teoria da Codificação Clássica*, Tese de Doutorado, Campinas: Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, 2008.

[2] W. Dür, G. Vidal and J. I. Cirac, *Three qubits can be entangled in two inequivalent ways,Phys. Rev. A*, 62, 2000, p. 062314.

[3] D. Bruβ, *Characterizing entanglement,J. Math. Phys.*, 43, 2002, p. 4237.

[4] D. A. Meyer and N. R. Wallach "Global entaglement in multiparticle systems," *J. Math. Phys.*, 43, 09, 2002, p. 4273.

Caracterização de Códigos Quânticos de Subespaços na Grassmanniana

Leandro Bezerra de Lima [1]
CPAQ - UFMS

Resumo.

Neste seminário, apresentaremos uma construção de códigos, cuja ideia é utilizarmos o mapeamento por particionamento de conjuntos, cuja técnica consiste na implementação de sistemas de comunicações digitais onde as operações de modulação e codificação são realizadas simultaneamente, de modo que ganhos significativos de codificação poderiam ser obtidos, sem a necessidade de diminuir a taxa de transmissão de informação nem a expansão da faixa, para associarmos códigos de subespaços à estados quânticos de máximo emaranhamento global, que são estados quânticos bastante desejáveis em transmissões de informações quânticas, principalmente para a proteção no envio de mensagens por meio de canais quânticos, caracterizando os códigos quânticos de subespaços na grassmanianna que contemplam aplicações em codificação de rede quântica.

Keywords: Códigos de Subespaços, Mapeamento por Particionamento de Conjuntos, Estados Quânticos de Máximo Emaranhamento Global.

Referências

[1] R. Calderbank, "Multilevel Codes and Multistage Decoding", IEEE Transactions on Communications, vol.37, n.º3, pp.222-229, Mar. 1989.

[2] T. Etzion and N. Raviv, "Equidistant Codes in the Grassmannian", Discrete Applied Mathematics, vol. 186, p. 187-197, 2015.

[3] T. Etzion and L. Storme, "Galois Geometries and Coding Theory", Designs, Codes and Cryptography, p. 311-350, 2016.

[4] W.C. Gazzoni, "Estudo do Emaranhamento Quântico com base na Teoria de Codificação Clássica", Tese de Doutorado, FEEC-UNICAMP, 2008.

[5] A. Khaleghi, D. Silva, and F.R. Kschischang, "Subspace Codes", Lecture Notes in Computer Science, vol. 5921, pp. 1-21, 2009.

[1] leandro.lima@ufms.br. Agradecimentos ao CPAQ-UFMS.

[6] L.B. Lima, "Contribuições em codificação no espaço projetivo e proposta de códigos quânticos de subespaços na grassmanniana", Tese de Doutorado, FEEC-UNICAMP, 2017.

[7] L.B. Lima and R. Palazzo Jr, "Geometrically uniform n-shot subspace codes", Eletronic Notes in Discrete Mathematics, vol. 57, p. 47-54, 2017.

[8] F. MacWillians and N. Sloane, "The Theory of Error-Correcting Codes", The Mathematical Association of America, vol. 21, 1983.

[9] M. Nielsen and I. Chuang, "Quantum Computation and Quantum Information", Cambridge University Press, 2000.

[10] R. W. Nobrega, "Canais Matriciais Multiplicativos sobre Corpos e Anéis Finitos com aplicações em Codificação de Rede", Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - UFSC, 2013.

[11] D. Slepian, "Group Codes for the Gaussian Channel", Bell Labs Thecnical Journal, vol. 47, p. 575-602, 1968.

[12] G. Ungerboeck, "Channel Coding with Multilevel/Phase Signls", IEEE Transaction on Information Theory, vol. 28, n.º1, pp. 55-67, Jan. 1982.

Computação Quântica Topológica

Clarice Dias de Albuquerque [1]
UFCA.

Resumo É conhecido que o computador quântico pode ser bastante promissor, porém a decoerência resultante das interações entre o sistema e o ambiente que o cerca e os erros sistemáticos em transformações unitárias são problemas que dificultam a construção de tais computadores. Dentre as várias linhas de pesquisa para a construção de um computador quântico destaca-se a computação quântica topológica, que propõe um caminho onde estados quânticos dependem de propriedades topológicas de um sistema físico. Assim, deformações contínuas causadas pelo ambiente não seriam capazes de alterar tais propriedades, proporcionando uma computação quântica naturalmente tolerante à falhas. Nesta palestra abordaremos os principais pontos dentro desta linha de pesquisa, as vantagens e desvantagens, os resultados e futuros caminhos.

1 Resultados

Existem algumas propostas para a realização da computação quântica, uma delas é a computação quântica topológica (CQT) proposta inicialmente por A. Y. Kitaev em 1997, [1]. A principal vantagem desta proposta é a realização de uma computação naturalmente tolerante à falhas, uma vez que as propriedades das partículas usadas neste modelo estão relacionadas à topologia do sistema físico, que por sua vez são invariantes sob deformações contínuas.

Dentro da CQT destacamos a *computação anyônica*, em especial o modelo de *anyon* de Fibonacci, e a computação a partir de códigos coloridos que, de fato, permite a realização de computação universal, e que possui conexão com modelos clássicos de Ising bidimensionais.

1.1 Computação anyônica

A computação anyônica proposta por Kiatev em [1], é realizada por meio de "cordas" entrançadas que representam o movimento da partícula no espaço-tempo. As partículas envolvidas nesse processo possuem certas propriedades matemáticas especiais que permitem que a permutação de partículas idênticas possa mudar a função de onda por uma multiplicação de fase $e^{i\theta}$, que pode se tornar um número complexo qualquer, e por isso são conhecidas como *anyons*. Tais partículas só são possíveis no mundo bidimensional.

A direção em que ocorre a permutação de dois *anyons*, horário ou anti-horário, determinam percursos topologicamente distintos. Assim, os *anyons* podem ser de dois tipos: abelianos e não-abelianos, dependendo se a ordem em que as partículas são permutadas influencia ou não nos fatores, respectivamente. Para a construção de um computador quântico topológico acredita-se que se deve usar *anyons* não-abelianos.

Uma CQT poderia ser realizada da seguinte maneira: primeiro criam-se pares de *anyons* enfileirados. Em seguida, os pares de *anyons* são movimentados um em volta do outro, em uma

[1]clarice.albuquerque@ufca.edu.br. Agradecimentos ao CNPQ 425224/2016 − 3, Fapesp

sequência cuidadosamente determinada. A linha do universo de cada *anyon* é como um fio, e o movimento dos *anyons*, conforme eles são permutados, entrança os fios. Cada entrançamento acarreta uma alteração no sistema, e essa alteração é descrita por representações do grupo de trança. A computação quântica é codificada nesse entrançamento, que contém o estado final dos *anyons*. A medida pode ser feita unindo as excitações em pares e observando o resultado de suas fusões.

Um modelo de *anyon* não-abeliano que possibilita realizar CQT é o de *anyons* de Fibonacci. Tal modelo possui duas partículas $\{\tau, 1\}$, e deve satisfazer certas leis de fusão, das quais pode-se simular um qubit, e também contruir matrizes e delas construir portas quânticas.

1.2 Proposta de Computação Quântica a Partir de Códigos Coloridos

Os códigos coloridos, propostos em [3], tem propriedades de transversalidades superiores aos códigos de superfície tradicionais, permitindo a implementação transversal do grupo de Clifford que é suficiente para realizar protocolos de destilação e teleportação. Generalizando tais códigos para três dimensões, as propriedades de transversalidade são as mesmas dos códigos Reed-Muller quânticos [4], um tipo raro de código que permite a implementação transversal do conjunto universal de portas em questão. Assim, é possível realizar computação universal.

Em [5] mostra-se uma conexão entre códigos coloridos e certos modelos clássicos de Ising bidimensionais a três corpos.

A partir dos códigos coloridos e do estudo dos sistemas com ordem topológica associados a esses códigos em dimensão D, foi desenvolvido em [6] o conceito de D-colex, um tipo de rede D-dimensional com certas propriedades de colorabilidade. Os modelos obtidos são condensados a partir de redes de *branas*. As excitações desses modelos são *branyons*, objetos que interagem de forma puramente topológica. Neste caso o conjunto universal de portas é implementado sem escolher endereçamento de qubits físicos e, sendo totalmente topologicalmente protegido, não depende de excitações de quasipartícula ou de seus entrançamentos.

Referências

[1] A. Yu. Kitaev, *Fault-tolerant quantum computation by anyons*, *Annals of Physics*, 303, 2003, 2-30.

[2] J. Preskill, *Lectures notes for physics 219: quantum error correction*, *California Institute of Technology*, 1999.

[3] H. Bombin and M.A.Martin-Delgado, *Topological quantum distillation*, *Physical Review Letters*, 97, 2006, 180501.

[4] H. Bombin and M.A.Martin-Delgado, *Topological computation without braiding*, *Physical Review Letters*, 98, 2007, 160502.

[5] H. Bombin and M.A.Martin-Delgado, *Statistical mechanical models and topological color codes*, *Phys.Rev. A*, 77, 2008, 042322.

[6] H. Bombin and M.A.Martin-Delgado, *Exact topological quantum order in $D = 3$ and beyond: Branyons and Brane-net condensates*, *Phys. Rev. B*, 75, 2007, 075103.

Introdução aos Códigos Quânticos Holográficos

Reginaldo Palazzo Júnior [1]
FEEC - UNICAMP

Resumo.

Códigos estabilizadores têm sido estudados exaustivamente em teoria de códigos quânticos, [1]. Nesta palestra pretendemos descrever, de maneira introdutória, a construção de códigos quânticos holográficos, CQH, uma subclasse dos códigos quânticos estabilizadores, [2]. Introduziremos a noção do formalismo estabilizador com o objetivo de descrever as propriedades geométricas dos códigos estabilizadores holográficos. O processo de codificação, ou seja, a estrutura algébrica dos códigos estabilizadores faz uso de isometrias de Clifford, significando que a ação por conjugação mapeia os k-qubits de entrada nos n-qubits de saída dos operadores de Pauli, [3]. Apresentaremos as definições de tensor perfeito, rede tensorial, ladrilhamentos hiperbólicos, estado holográfico, com o objetivo de mostrar a construção de um código quântico holográfico. Consideraremos um ladrilhamento uniforme no disco de Poincaré consistindo de pentágonos regulares onde cada vértice é coberto por ouros quatro pentágonos, [4]. Um tensor perfeito com seis ramos é colocado em cada pentágono de tal modo que cada tensor tenha um ramo em aberto. Este ramo é denominado entrada lógica (bulk índex) para a rede tensorial. Podemos supor que cada tensor é uma isometria dos ramos de entrada para os ramos de saída. A aplicação dos tensores perfeitos camada-por-camada e lembrando que o produto de isometrias é uma isometria, resulta em uma isometria mapeando todos os índices lógicos para todos os índices físicos na fronteira. Esta isometria pode ser vista como o processo de codificação de um código quântico corretor de erros. Este código é chamado código holográfico.

Keywords: Códigos Quânticos Holográficos, Códigos Quânticos Estabilizadores, Códigos Quânticos Corretores de Erros.

Referências

[1] D. Gottesman, "An Introduction to Quantum Error Correction and Fault-Tolerant Quantum Computation", arXiv:0904.2557.

[2] A. Almheiri, X. Dong, and D. Harlow, "Bulk locality and quantum error correction in ads/cft."arXiv:1411.7041.

[1] palazzojr@gmail.com

[3] M. Nielsen and I. Chuang, "Quantum Computation and Quantum Information", Cambridge University Press, 2000.

[4] C. D. de Albuquerque, R. Palazzo Jr. and E. B. da Silva (2009), "Topological quantum codes on compact surfaces with genus g 2", J. Math. Phys., 50, pp. 023513.