

Minissimpósio - CNMAC 2024

Funções Especiais e Polinômios Ortogonais

Organizadores:

- **Daniel Oliveira Veronese**
UFTM - Universidade Federal do Triângulo Mineiro
ICTE- Campus Univerdecidade, Uberaba, MG
e-mail: daniel.veronese@uftm.edu.br
- **Mirela Vanina de Mello**
UESC - Universidade Estadual de Santa Cruz
Ilhéus, BA
e-mail: mvmello@uesc.br
- **Vanessa Avansini Botta Pirani**
UNESP - Universidade Estadual Paulista
FCT - Campus de Presidente Prudente, SP
e-mail: vanessa.botta@unesp.br
- **Vanessa Gonçalves Paschoa Ferraz**
UNIFESP - Universidade Federal de São Paulo
São José do Campos, SP
e-mail: vanessa.paschoa@unifesp.br

Resumo:

A teoria de funções especiais e polinômios ortogonais tem se mostrado uma excelente ferramenta para resolução de problemas vinculados à matemática pura e matemática aplicada. Podemos citar, como alguns exemplos de tais aplicações, a utilização de elementos desta teoria na resolução de problemas relacionados aos seguintes tópicos: transferência de massa por difusão, empacotamento esférico, códigos corretores de erros, métodos para integração numérica na reta real e no círculo unitário, estabilidade numérica, física estatística, processamento de sinais, frações contínuas, teoria da aproximação, matrizes aleatórias, dentre outros. Nota-se, portanto, que a área de pesquisa em funções especiais e polinômios ortogonais tem um amplo campo de aplicações. Neste minissimpósio pretende-se discutir algumas tendências recentes na pesquisa em polinômios ortogonais, funções especiais e suas aplicações, com ênfase especial em tópicos relacionados a teoria da aproximação, física matemática e probabilidade.

Convidados, títulos e resumos das palestras:

Programação de Quinta-Feira (19/09/2024)

- 10h30 às 11h00

A. SRI RANGA

UNESP - Universidade Estadual Paulista

São José do Rio Preto, SP

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8806516640564311>

Título: COHERENT PAIRS OF MEASURES OF THE SECOND KIND: ORTHOGONAL AND SOBOLEV ORTHOGONAL POLYNOMIALS

Resumo: Given a pair of probability measures $\{\nu_0, \nu_1\}$, supported either on the unit circle or on the real line, the inner product

$$\langle f, g \rangle_{\mathfrak{S}} = \int f(x)g(x)d\nu_0(x) + s \int f'(x)g'(x)d\nu_1(x), \quad s > 0,$$

defined on the linear space of polynomials, is found to be very important from theoretical and practical points of view. In the literature such an inner product is known as a weighted Sobolev inner product. The associated sequence of orthogonal polynomials is called a sequence of Sobolev orthogonal polynomials.

Our objective here is to present information regarding some recent developments on such Sobolev orthogonal polynomials when the pair of measures $\{\nu_0, \nu_1\}$ satisfy a concept known as “coherent pairs of measures of the second kind”. Most of the developments come from a joint venture between UC3M/Spain and UNESP/Brazil.

- 11h00 às 11h30

CAIO CÉSAR HOLANDA RIBEIRO

UNB- Universidade de Brasília

Brasília - DF

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6459107436866263>

Título: A NOVEL TYPE OF SINGULAR INTEGRAL EQUATION IN CONNECTION TO BOSE-EINSTEIN CONDENSATES

Resumo: In this talk we present a novel singular integral equation that appeared recently in connection to the theory of dipolar Bose-Einstein condensates. In particular, we are interested in studying solutions of the linearized non-local Gross-Pitaevski equation and we show that in some cases it reduces to a singular integral equation containing a modified Cauchy kernel. We discuss some routes for building its solutions by numerical means via collocation methods based on classical orthogonal polynomials.

- 11h30 às 12h00

CLEONICE FÁTIMA BRACCIALI

UNESP - Universidade Estadual Paulista

São José do Rio Preto, SP

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8300322452622467>

Título: BIVARIATE POLYNOMIALS THAT SATISFY A THREE-TERM RELATION OF TYPE R_{II}

Resumo: An important property of orthogonal polynomials in one variable is that they satisfy a three-term recurrence relation. Other polynomials in one variable that satisfy different types of three-term recurrence relations are very well studied. Such as, the three-term recurrence relation of type R_{II} , where the lowest degree polynomial is multiplied by a polynomial of degree two. These polynomials are connected with para-orthogonal polynomials on the unit circle. As an extension for polynomials in two variables, we define a matrix three-term relations of type R_{II} and consider the bivariate polynomials generated by these matrix three-term relations. We present the orthogonality conditions and other properties satisfied by these bivariate polynomials. We also present a method to obtain these polynomials from a moment matrix, a Favard's type theorem and several examples.

Joint work with A. M. Delgado, L. Fernández, and T. E. Pérez from University of Granada, Spain.

- 12h00 às 12h30

DANIEL OLIVEIRA VERONESE

UFTM - Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Uberaba, MG

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1525907430032599>

Título: ON CERTAIN MODIFIED SYMMETRIC ORTHOGONAL POLYNOMIALS

Resumo: In this talk we consider symmetric orthogonal polynomials obtained via certain perturbations made in the minimal (as well as in the maximal) parameter sequence for a given nonsingular parameter chain sequence. In both cases, the orthogonality measure and properties of the zeros are given. A special case where the weight function $w(x)$ satisfies $\sqrt{x^2} w(x) = \sqrt{1-x^2} w(\sqrt{1-x^2})$ is also analyzed and interesting properties are obtained.

Joint work with G. S. Costa and V. A. B. Pirani.

Programação de Sexta-Feira (20/09/2024)

- 10h30 às 11h00

FÁBIO RODRIGUES LUCAS

UEMS - Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul

Nova Andradina, MS

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6531391940902477>

Título: A CONJECTURA RELACIONADA ÀS DESIGUALDADES DO TIPO TÚRAN PARA A FUNÇÃO DE RAMANUJAN

Resumo: Se considerarmos a função de Ramanujan dada na forma:

$$\zeta(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \theta(t) e^{izt} dt \quad (1)$$

onde

$$\theta(t) = e^{-2\pi \cosh(t)} \prod_{v=1}^{\infty} \{(1 - e^{-2\pi v e^t})(1 - e^{-2\pi v e^{-t}})\}^{12},$$

sabemos que uma condição necessária para que a função (1) tenha somente zeros reais, é que as desigualdades de Túrán sejam satisfeitas, ou seja:

$$b_m^2 - \frac{2m-1}{2m+1} b_{m-1} b_{m+1} \geq 0, \quad m = 1, 2, \dots \quad (2)$$

onde

$$b_m = \int_0^{\infty} t^{2m} \theta(t) dt \quad m = 0, 2, \dots \quad (3)$$

O Teorema abaixo nos dá condições suficientes para que as desigualdades de Túrán sejam satisfeitas.

Teorema: Seja $K(t)$ um núcleo admissível e sejam b_k os momentos definidos em (3). Se $K(\sqrt{t})$ é côncavo para $t > 0$, ou seja,

$$(\log(K(\sqrt{t})))'' < 0 \quad \text{para } t > 0,$$

então as desigualdades de Túrán (2) são verdadeiras.

A condição acima é equivalente a mostrar que:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{K'(t)}{tK(t)} \right) < 0 \quad \text{para } t > 0.$$

Desta forma, a conjectura é mostrar que o núcleo $\theta(t)$ é um núcleo admissível.

- 11h00 às 11h30

GUILHERME LIMA FERREIRA DA SILVA

USP - Universidade de São Paulo

São Carlos, SP

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2698708704147306>

Título: ORTHOGONAL POLYNOMIALS, INTERACTING PARTICLE SYSTEMS, AND INTEGRABLE DIFFERENTIAL EQUATIONS

Resumo: Several remarkable calculations from the past 30 or so years unravel how to solve several different models of statistical mechanics using orthogonal polynomials and their closely related cousins. And by studying asymptotics of the orthogonal polynomials, one may infer surprising connections between different probabilistic models. In our talk, we will survey some results in this direction, and in particular explain how certain novel deformations of orthogonal polynomials allow us to connect certain universal thinned point processes with a Schrodinger-type equation.

- 11h30 às 12h00

KARINA SEVIERO RAMPAZZI

UNESP - Universidade Estadual Paulista

São José do Rio Preto, SP

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1150350765419854>

Título: RELAÇÕES DE ESTRUTURA E EQUAÇÕES DE DIFERENÇAS ASSOCIADAS A POLINÔMIOS ORTOGONAIS SEMICLÁSSICOS NO CÍRCULO UNITÁRIO

Resumo: Os polinômios ortogonais no círculo unitário têm muitas aplicações, tais como em processamento de sinais, regras de quadratura, teoria espectral, oftalmologia, entre outras. Uma das propriedades desses polinômios é que, quando a função peso associada ao polinômio ortogonal satisfaz uma equação de Pearson, é possível obter uma relação de recorrência diferencial (também conhecida como relação de estrutura) para estes polinômios e equações de diferenças para os coeficientes de Verblunsky. Apresentamos aqui equações de diferenças não lineares satisfeitas por coeficientes de Verblunsky complexos, além de uma equação conhecida como relação de estrutura para estes polinômios e equação de diferenças linear que nos permite obter os valores explícitos desses coeficientes. Mostramos também várias possibilidades de relações de estrutura para determinadas funções peso semiclássicas no círculo unitário.

Trabalho em conjunto com Cleonice F. Bracciali e Luana L. Silva Ribeiro.

- 12h00 às 12h30

LUANA DE LIMA SILVA RIBEIRO

UNIFEI-Universidade Federal de Itajubá

Itabira, MG

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4476761079733462>

Título: ASYMPTOTIC ANALYSIS OF THE ZEROS OF POLYNOMIALS THAT SATISFY A SPECIAL R_{II} TYPE RECURRENCE RELATION

Resumo: Let the sequence of polynomials $\{P_n\}_n$ be defined as the unique solution of the three term recurrence

$$P_{n+1}(x) = (x - c_{n+1})P_n(x) - d_{n+1}(x^2 + 1)P_{n-1}(x), \quad n \geq 1, \quad (4)$$

with initial conditions $P_0(x) = 1$ and $P_1(x) = x - c_1$. These are polynomials that satisfy a R_{II} type recurrence relation. Recently, Ismail and Ranga (2019) studied the sequence of polynomials for the case where the sequences $\{c_{n+1}\}_{n \geq 0}$, $\{d_{n+1}\}_{n \geq 1}$ are real and $\{d_{n+1}\}_{n \geq 1}$ is a positive chain sequence. In this work we deduce asymptotic properties for the zeros of $\{P_n\}_n$ from the behavior of the sequences $\{c_{n+1}\}_{n \geq 1}$ and $\{d_{n+1}\}_{n \geq 0}$.

Joint work with Yen Chi Lun.