Minissimpósio: Códigos Quânticos e Hiperbólicos Corretores de Erros

Coordenadora: Cátia Regina de Oliveira Quilles Queiroz

1 Introdução

O CNMAC - Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional é o maior evento da SBMAC - Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional reunindo um grande número de participantes, entre professores, pesquisadores, profissionais de empresas e centros de pesquisas públicas e privadas, além de estudantes de graduação e pós graduação das mais diversas àreas da Matemática e da Matemática Aplicada e Computacional. Logo constitui-se uma oportunidade ímpar para discutir trabalhos em andamento, divulgar resultados e ficar a par da produção científica em desenvolvimento nas principais instituições nacionais e internacionais. No CNMAC, que acontece desde 1978, são apresentados Minicursos, Minissimpósios, Conferências, Sessões Técnicas de Comunicaçẽs Orais, Sessões Especiais dedicadas à Iniciação Científica e ao Ensino, Exposições e Mesas Redondas. O CNMAC tem como objetivo reunir a comunidade científica de Matemática Aplicada e Computacional, criando espaço para intercâmbio de ideias e surgimento de parcerias entre os participantes, assim como incentivando e inspirando a plateia de estudantes que comparecerem ao evento. No ano de 2024 a Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, a Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE e a Universidade Federal da Paraíba - UFPB, estão empenhadas em sediar o XLIII CNMAC, que será realizado no período de 16 a 20 de setembro de 2024 em Porto de Galinhas-PE. Nos CNMAC's anteriores foram apresentados alguns minicursos na área de computação quântica e informação quântica, em 2004 no XXVII CNMAC realizado em Porto Alegre - RS foi apresentado o minicurso com o título: Uma Introdução a Computação Quântica dos autores Carlile Campos Lavor, Renato Portugal, Nelson Maculan e Luiz Mariano Carvalho, em 2006 no XXIX CNMAC realizado na UNICAMP em Campinas - SP foi apresentado o minicurso com o título: Uma Introdução a Teoria de Códigos dos autores Carlile Campos Lavor, Marcelo Muniz, Rogério de Siqueira e Sueli Irene Rodrigues Costa, em 2010 no XXXIII CNMAC realizado em Águas de Lindóia - SP foi apresentado o minicurso com o título: Algoritmos Quânticos de Busca do autor Renato Portugal e em 2012 no XXXIV CNMAC também realizado em Águas de Lindóia - SP foi apresentado o minicurso com o título: Códigos Quânticos Corretores de Erros dos autores Renato Portugal e Demerson Nunes Gonçalvez. Todos os minicursos estão publicados nas Notas de Matemática Aplicada que podem ser obtidos gratuitamente no site da SBMAC. No ano de 2018 no XXXVIII CNMAC realizado na UNICAMP - SP ocorreu o primeiro minissimpósio de "Códigos Quânticos Corretores de Erros e Aplicações", sob a coordenação de Leandro Bezerra de Lima, e podemos dizer que foi um sucesso, visto que tivemos um excelente público alcançado, na ordem de 50 pessoas. Já no ano de 2021 no XL CNMAC realizado no formato on line em função da pandemia da COVID 19 realizamos o segundo Minissimpósio "Códigos Quânticos e Hiperbólicos Corretores de Erros", sob a coordenação de Leandro Bezerra de Lima e também obtivemos uma participação bastante relevante. Ainda no ano de 2021, sob a Coordenação de Antonio Aparecido de Andrade - UNESP (antonio.andrade@unesp.br) e Vice-Coordenação de Leandro Bezerra de Lima - UFMS (leandro.lima@ufms.br) foi feita a proposta de criação do comitê temático Matemática Discreta: Códigos e Reticulados (https://www.sbmac.org.br/matematica-discreta-codigos-e-reticulados/) que objetiva formalizar e dar continuidade aos esforços feitos por membros do grupo em participar ativamente de diversas ações da SBMAC. No ano de 2022 no XLI CNMAC realizado na UNICAMP - SP ocorreu o terceiro minissimpósio de "Códigos Quânticos e Hiperbólicos Corretores de Erros", sob a coordenação de Cátia Regina de Oliveira Quilles Queiroz, sendo mais uma vez um sucesso. Finalmente, no ano de 2023 no XLII CNMAC, realizado em Bonito-MS ocorreu o quarto minissimpósio de "Códigos Quânticos e Hiperbólicos Corretores de Erros", novamente sob a coordenação de Cátia Regina de Oliveira Quilles Queiroz, contando mais uma vez com uma participação expressiva de membros da comunidade acadêmica e também de empresas de tecnologia participantes do evento. Destacamos ainda no XLII CNMAC em 2023, a Conferência Plenária "Estado Atual e Perspectivas da Computação Quântica", ministrada por Renato Portugal, um dos palestrantes do minissimpósio. Também ressaltamos o crescimento exponencial no interesse tanto acadêmico quanto de empresas e de editais de fomento na área de tecnologias quânticas. Neste sentido, surge a proposta de continuidade do minissimpósio "Códigos Quânticos e Hiperbólicos Corretores de Erros" que tem como principal objetivo divulgar algumas técnicas utilizadas no estudo de códigos quânticos e códigos hiperbólicos, importantes áreas de pesquisas, mais uma vez sob a coordenação de Cátia Regina de Oliveira Quilles Queiroz.

2 Sugestão de Programa

1. Prof. Dr. Anderson José de Oliveira
   Título: De Singularidades de Equações Diferenciais Fuchsianas a Códigos
   Filiação: Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG) - Alfenas - MG.

2. Profa. Dra. Erika Patricia Dantas de Oliveira Guazzi
   Título: Isomorfismo entre os Grupos Fuchsianos Aritméticos Associados à Tesselações Relacionadas a Curva Hiperelíptica de Gênero 3
   Filiação: Universidade Federal Tecnológica do Paraná (UTFPR) - Campo Mourão - PR.

3. Prof. Dr. Fabiano M. Andrade
   Título: Grafos em Mecânica Quântica
   Filiação: Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG) - Ponta Grossa - PR.

4. Prof. Dr. Waldir Silva Soares Júnior
   Título: Códigos Coloridos Tesselações Hiperbólicas Semirregulares em Superfícies de Gênero $g \geq 2$
   Filiação: Universidade Federal Tecnológica do Paraná (UTFPR) - Pato Branco - PR.

5. Prof. Me. Luciano Alves Vieira
   Título: Sobre a Decodificação no Código de Superfície XZZX
   Filiação: Banco do Brasil - Brasília - DF.

6. Profa. Dra. Cibele Cristina Trinca
   Título: New Three and Four-Dimensional Toric and Burst-Error-Correcting Quantum Codes
   Filiação: Universidade Federal de Tocantins (UFT) - Gurupi - TO.

7. Profa. Dra. Clarice Dias de Albuquerque
   Título: Construção de Códigos Quânticos Tóricos usando a Métrica l_p
   Filiação: Universidade Federal do Cariri (UFCA) - Juazeiro do Norte - CE.

8. Prof. Dr. Renato Portugal
   Título: Implementação de Códigos Topológicos em Computadores Quânticos
   Filiação: Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC) - Petrópolis - RJ.

3 Resumo das Palestras

A seguir apresentamos os resumos das palestras. Observamos que o presente minissimpósio tem apoio da FAPEMIG (PROCESSO N.: APQ-00019-21) e outros financiamentos do CNPq e CAPES.

De Singularidades de Equações Diferenciais Fuchsianas a Códigos

Anderson José de Oliveira[1]
Cátia Regina de Oliveira Quilles Queiroz[2]
Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL-MG[3]

Resumo. Este trabalho apresenta a proposta de uma conexão entre singularidades de equações diferenciais fuchsianas e códigos geometricamente uniformes, tomando como ponto de partida o estudo de funções de variáveis complexas, aplicado a duas teorias em franca expansão: os códigos corretores de erros e as equações diferenciais fuchsianas. De acordo com [1] e [2], o estudo das equações diferenciais fuchsianas despertou grande interesse na Matemática na segunda metade do século XIX e início do século XX, proporcionando um grande desenvolvimento na teoria das funções de variáveis complexas, sendo que nessas equações todo ponto singular no plano complexo estendido é regular e as mais conhecidas são as equações hipergeométricas, de Legendre, de Tchebychev, com três pontos singulares regulares e a de Heun, com quatro pontos singulares regulares. Já o estudo dos códigos corretores de erros teve sua origem na teoria da informação, introduzida por Shannon, conhecido como o "pai da teoria da informação", em 1948, no trabalho [3], cujo principal objetivo é transmitir e armazenar dados de maneira confiável, de modo que ao recuperar uma informação, seja possível detectar e corrigir erros. Neste trabalho, foram utilizados os códigos quase perfeitos sobre anéis quocientes de inteiros gaussianos, propostos por Quilles e Palazzo Jr. em [4]. Estes códigos são geometricamente uniformes, capazes de corrigir todos os padrões de erro com até t erros e alguns padrões com $t+1$ erros, sendo t o raio das bolas centradas nas palavras-código que particionam o conjuntos de pontos da constelação de sinais. Para estabelecer uma conexão entre as duas teorias apresentadas anteriormente, foram considerados pontos singulares regulares de uma equação diferencial fuchsiana, que também gerassem uma constelação de sinais no plano complexo, a saber $6+3i$ e $-6+3i$. A partir da constelação de sinais, é possível analisar a existência de um código quase perfeito sobre esta constelação, e assim verificar a capacidade de correção de erros do código. Além disso, os pontos deste código foram representados como as entradas e saídas de um canal discreto sem memória (DMC) e sua probabilidade de erro. A obtenção de uma equação fuchsiana a partir das singularidades, apresentada em [5] e [6], conduz à Eq. 1.

$$(z^2-6iz-45)y''+[2z-6i-12+K_1(z^2-6iz-45)]y'+[K_2(z^2-6iz-45)]y=0. \quad (1)$$

[1]anderson.oliveira@unifal-mg.edu.br
[2]catia.quilles@unifal-mg.edu.br

[3]Trabalho desenvolvido em conjunto com a discente Mariana Gabriela Gusmão, do Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria - PPGEAB, da Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL-MG

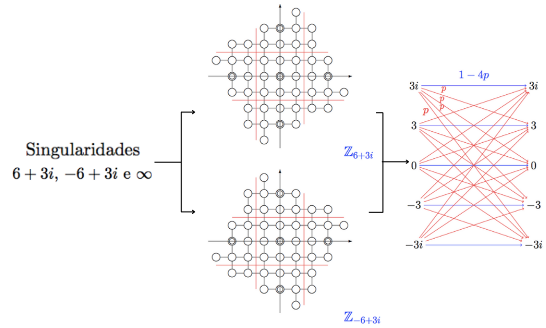

Figura 1: Singularidades, constelações de sinais e canal associado às palavras-código.

A Figura 1 apresenta a conexão entre as singularidades da Eq. (1) e os geradores das constelações de sinais, além do canal associado às palavras-código.

Pode-se concluir que singularidades com a parte real oposta em relação ao eixo imaginário, geram códigos quase perfeitos com a mesma capacidade de correção de erros. Além disso, ao considerar pontos simétricos em relação ao eixo imaginário para a geração da constelação de sinais, obtém-se constelações formadas pelos pontos conjugados e o código gerado sobre as constelações de sinais são iguais. Desta forma, uma única representação do canal, cujas entradas e saídas são as palavras-código é suficiente e a probabilidade de erro p é a mesma, independente da palavra transmitida.

Referências

[1] J. Sotomayor. *Lições de Equações Diferenciais Ordinárias*. 1. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 1979.

[2] G. Kristensson, *Second order differential equations*, Springer, 2010.

[3] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. Em: *The Bell system technical journal* vol. 3, pp. 379-423, 1948.

[4] C. R. O. Q. Queiroz e R. Palazzo Jr. Quasi-perfect geometrically uniform codes derived from graphs over Gaussian integer rings. Em: *2010 IEEE International Symposium on Information Theory*. pp. 1158-1162, 2010.

[5] A. J. Oliveira e R. Palazzo Jr. Uniformização de Curvas Algébricas Planares via EDOs Fuchsianas no Estudo de Sistemas de Comunicação. Em: *Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics*. 2018.

[6] A. J. Oliveira e R. Palazzo Jr., Geometric and algebraic structures associated with the channel quantization problem, *Computational and Applied Mathematics*, 2017.

Isomorfismo entre os Grupos Fuchsianos Aritméticos Associados à Tesselações Relacionadas a Curva Hiperelíptica de Gênero 3

Erika Patricia Dantas de Oliveira Guazzi [1]
UTFPR - Campus Campo Mourão.
Reginaldo Palazzo Junior[2]
FEEC - UNICAMP

Resumo A partir da publicação do trabalho de Shannon, [8], em 1948, o estudo sobre os códigos corretores de erros ganharam uma grande importância, sobretudo os grupos fuchsianos aritméticos por estarem relacionados à construção dos códigos reticulados. Destaca-se a busca pelo estabelecimento de isomorfismo entre os geradores de grupos fuchsianos aritméticos. Neste contexto, ressaltam-se alguns trabalhos: (i) o desenvolvido em [3], no qual, fixada uma tesselação, foi mostrado o isomorfismo dos grupos obtidos a partir de diferentes emparelhamentos; (ii) na palestra "Isomorfismo entre os Grupos Fuchsianos Aritméticos associados à mesma Curva Hiperelíptica", mostrou-se que não havia isomorfismo entre os respectivos grupos ao utilizar diferentes tesselações; (iii) na palestra "A Busca pelo Isomorfismo entre os Grupos Fuchsianos Aritméticos Associados à Diferentes Tesselações", foi utilizado o Algoritmo para Obtenção de Grupos Fuchsianos Aritméticos proposto em [3]; contudo, foram empregadas diferentes transformações entre os modelos hiperbólicos do plano e do disco aberto unitário a fim de obter os geradores do grupo, e então as comparações entre estes grupos fuchsianos aritméticos foram realizadas para estabelecer as condições para que eles fossem isomorfos; e (iv) na palestra "Isomorfismo entre os Grupos Fuchsianos Aritméticos Associados à Tesselações Relacionadas a Curva Hiperelíptica de Grau Par"continuou a busca para estabelecer a existência ou não de relação entre os geradores de grupos fuchsianos aritméticos associados às diferentes tesselações, cujos geradores estejam relacionados à curva hiperelíptica de grau par. As palestras foram apresentadas no minissimpósio Códigos Quânticos e Hiperbólicos Corretores de Erros durante os CNMAC's de 2021, 2022 e 2023, respectivamente, e foram utilizados os geradores relacionados às curvas hiperelípticas $y^2 = f(z)$ de graus 5 e 6 e, consequentemente, de gênero 2. Diante disso, nesta palestra, continua a busca para estabelecer a existência ou não de relação entre os geradores de grupos fuchsianos aritméticos associados às diferentes tesselações, cujos geradores estejam relacionados à curva hiperelíptica de grau ímpar. Em especial, utilizaremos as curvas hiperelípticas $y^2 = f(z)$, onde f tem grau 7 e gênero 3. Por fim, a partir dos isomorfismos estabelecidos para os gêneros 2 e 3, buscaremos estabelecer uma relação entre as transformações utilizadas apesar da diferença de gênero e, consequentemente, de graus das curvas hiperelípticas utilizadas.

Referências

[1] J. W. Anderson. Hyperbolic Geometry. In *Springer Undergraduate Mathematics Series*. Springer, 2008.

[1]erikapatricia@utfpr.edu.br
[2]palazzojr@gmail.com

[2] A. F. Beardon. The geometry of discrete groups. Springer Science & Business Media, 1983.

[3] C. W. O. Benedito. Construção de grupos fuchsianos aritméticos provenientes de álgebras dos quatérnios e ordens maximais dos quatérnios associados a reticulados hiperbólicos. Tese de Doutorado, FEEC/UNICAMP, 2014.

[4] R. G. Cavalcante, H. Lazari, J. D. Lima e R. Palazzo Jr. A New Approach to the Design of Digital Communication. In: AMERICAN MATHEMATICAL SOC. *Algebraic Coding Theory and Information Theory: DIMACS Workshop, Algebraic Coding Theory and Information Theory, December 15-18, 2003, Rutgers University, Piscataway, New Jersey.* [S.l.], v. 68: 145-177, 2003.

[5] A. P. Firby e C. F. Gardiner. Surface topology. Elsevier, 2001.

[6] E. P. D. O. Guazzi. Caracterizações algébrica e geométrica das regiões de uniformização de curvas hiperelípticas via equação diferencial fuchsiana para a construção de constelações de sinais hiperbólicas. Tese de Doutorado, FEEC/UNICAMP, 2019.

[7] S. Katok. Fuchsian Groups. The University of Chicago Press: Chicago, 1992.

[8] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. Em: *The Bell system technical journal* 27.3 (1948), pp. 379-423.

[9] C. Walkden. Hyperbolic geometry. MATH30141/60771: Manchester University, 2012.

[10] J. M. Whittaker, The uniformisation of algebraic curves, *Journal of the London Mathematical Society.*, 1930.

Grafos em Mecânica Quântica

Fabiano M. Andrade [1]
UEPG.

Resumo Nas ultimas décadas temos testemunhado um interesse substancial na interação entre Mecânica Quântica e Redes, as quais são representadas por grafos. Os objetivos destes estudos vão desde o teste de nanodispositivos como cadeias de spins [1], a explicação de fenômenos naturais como transferência de energia em sistemas biologicos [2]. Nesse trabalho abordaremos diversas formas como grafos podem ser utilizados em mecânica quântica, as quais vão desde grafos como operadores de evolução [3] a grafos como estados quânticos [4].

References

[1] Bose, S.: *Quantum Communication through an Unmodulated Spin Chain.* Physical Review Letters 91, 207901, 2003.

[2] Rebentrost, P.;Mohseni, M.; Kassal, I.; Lloyd, S.; Aspuru-Guzi, A.: *Environment-assisted quantum transport.* New Journal of Physics 1, 033003, 2009.

[3] Andrade, F.M; Schmidt, A.G.M.; Vicentini, E.; Cheng, B.K.; Luz, M.G.E.: *Green's function approach for quantum graphs: An overview* Physics Reports 647, 1 2016.

[4] Ionicioiu, R.; Spiller, T. P.: *Encoding graphs into quantum states: An axiomatic approach.* Physical Review A 85, 062313, 2012

[1] fmandrade@uepg.br.

Códigos Coloridos Tesselações Hiperbólicas Semirregulares em Superfícies de Gênero $g \geq 2$

Waldir Silva Soares Jr. [1]
UTFPR.
Eduardo Brandani da Silva.[2]
UEM-PR.
Evandro Mazetto Brizola. [3]
Douglas Fernando Copatti [4]
IFPR.

Resumo Um dos tipos de códigos corretores de erros mais importantes da literatura são os códigos topológicos. Em particular, destacam-se os códigos de superfície e os códigos coloridos. Os códigos quânticos coloridos foram introduzidos por Bombin e Martin Delgado em [1]. Em geral utiliza-se tesselações sobre superfícies bidimensionais compactas e conexas como ferramenta para construção do grupo estabilizador, visto que são casos particulares dos códigos estabilizadores [2]. Pra superfícies de gênero maiores que um, os códigos coloridos apresentados na literatura até o momento, são construídos sempre via tesselações trivlentes e 3-coloríveis regulares [8]. Neste trabalho será apresentada a construção de códigos coloridos sobre superfícies de gênero maior que um utilizando tesselações semirregulares da geometria hiperbólica.

Referências

[1] H. Bombin, M. A. Martin-Delgado, *Topological Quantum Distillation*, Physical Review Letters 97 (18) (2007) 180501+. arXiv:quant-ph/0605138, doi:10.1103/physrevlett.97.180501.

[2] D. Gottesman (1996), *Class of quantum error-correcting codes saturating the quantum Hamming bound*, Phys. Rev. A 54 (3), pp. 1862.

[3] A. Yu. Kitaev (2003), *Fault-tolerant quantum computation by anyons*, Annals of Physics, 303, pp. 2-30.

[4] C. D. de Albuquerque, R. Palazzo Jr. and E. B. da Silva (2009), *Topological quantum codes on compact surfaces with genus $g \geq 2$*, J. Math. Phys., 50, pp. 023513.

[5] N. Delfosse (2013), *Tradeoffs for reliable quantum information storage insurface codes and color codes*, IEEE International Symposium on Information Theory, pp. 917.

[1] waldirjunior@utfpr.edu.br.
[2] ebsilva@uem.br.
[3] evandro.brizola@hotmail.com.
[4] douglascopatti@gmail.com.

[6] A. M. Steane (1996), *Simple Quantum Error Correction Codes*, Phys. Rev. Letters A 54 (6), pp. 4741.

[7] E. B. Silva, D. Maity, D. Bhowmik (2021), *Surface codes and color codes associated with non-orientable surfaces*, Quantum Information and Computation 21 (13 and 14) pp. 1135-1153. doi:10.26421/QIC21.13-15-4.

[8] W. S. Soares Jr, E. B. Silva (2018), *Hyperbolic quantum color codes*, Quantum Information and Computation 18 (3 and 4) 308–320.

[9] E. B. Silva, E. M. Brizola, W. S. Soares Jr, D. F. Copatti (2023), *New quantum surface codes from semi-regular tessellations*, Quantum Information Processing 22 (11)398. doi:10.1007/s11128-023-04147-2.

Sobre a Decodificação no Código de Superfície $XZZX$

Luciano Alves Vieira [1]

Resumo Em sua essência, um decodificador busca encontrar, para uma determinada síndrome de erro, um operador de correção que tenha máxima probabilidade de retornar o código ao seu estado inicial. Um dos principais requisitos procurados para um decodificador é ter uma taxa de erro limite p_c alta, uma vez que, para taxas de erros $p < p_c$, a taxa de falha lógica do código diminui com o aumento da distância do código [1]. O código de superfície $XZZX$ [2] é uma variante do código tórico de Kitaev [3], no qual seus estabilizadores são o produto de operadores de Pauli $XZZX$ sobre as arestas de cada face do reticulado quadrado do código. Apesar de ser localmente equivalente ao código tórico, as características do código $XZZX$ permitem algoritmos de decodificação com melhores limites p_c. Aqui apresentamos as principais característica desse código e do seu processo de decodificação.

Referências

[1] L. A. Vieira **Processos de Construção e de Decodificação de Códigos Quânticos Tóricos**. 2022. 116f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2022.

[2] J.P. Bonilla Ataides, D.K. Tuckett, S.D. Bartlett, et al. The XZZX surface code. *Nature Communications* 12, 2172 (2021). https://doi.org/10.1038/s41467-021-22274-1.

[3] A. Kitaev. Fault-tolerant quantum computation by anyons. *Annals of Physics*, Elsevier BV, v. 303, n. 1, p. 2-30, 2003.

[1]luciano.alves.vieira@gmail.com.br.

New Three and Four-Dimensional Toric and Burst-Error-Correcting Quantum Codes

Cibele Cristina Trinca [1]
UFT-TO.
Reginaldo Palazzo Jr[2]
UNICAMP-SP.
Ricardo Augusto Watanabe [3]
UNICAMP-SP.
Clarice Dias de Albuquerque [4]
UFCA-CE.
José Carmelo Interlando [5]
SDSU-USA.
Antonio Aparecido de Andrade [6]
UNESP-SP.

Resumo Ongoing research and experiments have enabled quantum memory to realize the storage of qubits. On the other hand, interleaving techniques are used to deal with burst of errors. Effective interleaving techniques for combating burst of errors by using classical error-correcting codes have been proposed in several articles found in the literature, however, to the best of our knowledge, little is known regarding interleaving techniques for combating bursts of errors in topological quantum error-correcting codes. Motivated by that, in this proposal, we present new three and four-dimensional toric quantum codes which are characterized by lattice codes and apply a quantum interleaving method to such new three and four-dimensional toric quantum codes. By applying such an interleaving method to these new codes we provide new three and four-dimensional quantum burst-error-correcting codes. As a consequence, new three and fourdimensional toric and burst-error-correcting quantum codes are obtained which have higher code rate and coding gain than those three and four-dimensional toric quantum codes from the literature. In addition to these proposed three and four-dimensional quantum burst-error-correcting codes improve the code rate and coding gain, they can be used for burst-error-correction in errors which are located, quantum data stored and quantum channels with memory.

Referências

[1] C. D. de Albuquerque, R. Palazzo Jr. and E. B. Silva "Construction of new toric quantum codes," *Contemp. Math.*, vol. 518, pp. 1–10, 2010.

[1] cibtrinca@yahoo.com.br.
[2] palazzojr@gmail.com
[3] ricardoaw18@gmail.com.
[4] clarice.albuquerque@ufca.edu.br.
[5] interlan@sdsu.edu.
[6] antonio.andrade@unesp.br.

[2] C. C. Trinca, J. Carmelo Interlando, R. Palazzo Jr., A. A. de Andrade and R. A. Watanabe "On the construction of new toric quantum codes and quantum burst-error-correcting codes," *Quantum Information Processing*, vol. 22, no. 5, 2023.

[3] C. D. de Albuquerque, G. G. La Guardia, R. Palazzo Jr., C. R. O. Q. Queiroz and V. L. Vieira "Euclidean and hyperbolic asymmetric topological quantum codes," *Quantum Information Processing*, vol. 21, 153, 2022.

[4] E. D. de Carvalho, Soares Jr., W. S. and E. B. da Silva. "Topological Quantum Codes from Lattice Partitions on the n-Dimensional Flat Tori," *Entropy*, vol. 23, pp. 959, 2021.

[5] C. Castelnovo and C. Chamon. "Topological order in a three-dimensional toric code at finite temperature," *Phys. Rev. B*, vol. 78, pp. 155120, 2018.

[6] S. W. Golomb and L. R. Welch. "Perfect codes in the lee metric and the packing of polyominoes," *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 18, pp. 302–317, 1970.

[7] C. C. Trinca and R. Palazzo Jr. "On the construction of perfect codes for n-dimensional interleaving," *International Journal of Applied Mathematics*, vol. 34, no. 3, pp. 485–506, 2021, 10.12732/ijam.v34i3.5

[8] N. P. Breuckmann, K. Duivenvoorden, D. Michels and B. M. Terhal. "Local decoders for the 2D and 4D toric code," *Quantum Inf. Comput.*, vol. 17, pp. 181–208, 2017.

Construção de Códigos Quânticos Tóricos Usando a Métrica l_p

Clarice Dias de Albuquerque [1]
UFCA-CE.
Giuliano Gadioli La Guardia [2]
UEPG.

Resumo Os códigos quânticos conhecidos como códigos tóricos, uma subclasse dos códigos estabilizadores que fazem uso de propriedades topológicas do sistema, foi proposto originalmente por A. Y. Kitaev em seu artigo seminal "Fault-tolerant quantum computation by anyons", [1]. Nesta proposta, os qubits correspondem às arestas do reticulado quadrado do toro enquanto os operadores estabilizadores estão associados aos seus vértices e faces, o que origina o código tórico com parâmetros $[[2d^2, 2, d]]$, em que d é a distância mínima do código. Em [2], os autores utilizam uma tesselação do toro por esferas de Lee para obter uma família de códigos tóricos perfeita com parâmetros $[[d^2 + 1, 2, d]]$. O resultado se baseia no fato de m esferas de Lee de raio r, em duas dimensões, tesselarem o toro $\mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_m$, desde que $m = 2r^2 + 2r + 1$ e $r = 1, 2, \ldots$, como mostra S. W. Golomb em seu artigo "Perfect codes in the Lee metric and the packing of polyominoes", [3]. Outras construções de códigos tóricos partindo de tesselações do toro por poliominos não simétricos são apresentadas em [4] e [5]. Nessas construções são usadas abordagens algébricas e combinatoriais, e faz-se uso da distância de Mannhein. Destaca-se o código com parâmetros $[[d^2, 2, d]]$. Para este trabalho, baseados nos resultados apresentados em [6], propomos a construção de códigos tóricos a partir de tesselações do toro por poliominos considerando a distância de Lee.

References

[1] A. Y. Kitaev, Fault-tolerant quantum computation by anyons. *Annals of Physics*, 303, p. 2, 2003.

[2] H. Bombin and M. A. J. Martin-Delgado, Homological error correction: classical and quantum codes. *Journal of Mathematical Physics*, 48, p. 052105, 2007.

[3] S. W. Golomb, Perfect codes in the Lee metric and the packing of polyominoes. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, v. 18, No. 2, 1970.

[4] C. D. Albuquerque, R. Palazzo Jr, E. B. da Silva, On toric quantum codes. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, v. 50, No. 2, p. 221, 2009.

[5] C. D. Albuquerque, R. Palazzo Jr, E. B. da Silva, Construction of new toric quantum codes. *Contemporary Mathematics*, v. 518, p. 1, 2010.

[6] A. Campello, G. C. Jorge, J. E. Strapasson and S. I. R. Costa, Perfect codes in the l_p metric. *European Journal of Combinatorics*, v. 53, p. 72, 2016.

[1] clarice.albuquerque@ufca.edu.br.
[2] gguardia@uepg.br.

Implementação de Códigos Topológicos em Computadores Quânticos

Anderson S. Barbosa [1]
LNCC.
Franklin L. Marquezino[2]
UFRJ.
Renato Portugal [3]
LNCC.

Resumo Na apresentação, exploramos a integração de códigos quânticos topológicos corretores de erros em computadores da IBM, com foco específico no código de Kitaev. Esta abordagem encara o desafio da correção de erros quânticos, um aspecto crucial para a realização prática da computação quântica. O código de Kitaev, conhecido por sua robustez contra erros, é particularmente adequado para a arquitetura quântica da IBM. Focamos na maneira como funcionam os códigos quânticos topológicos, sua implementação nos sistemas quânticos da IBM e as vantagens que oferecem em relação aos métodos tradicionais de correção de erros. A discussão também abrange avanços recentes e resultados experimentais, destacando os avanços feitos pela IBM na estabilização da informação quântica e na aproximação de soluções viáveis para a computação quântica.

Referências

[1] R. Portugal. *Quantum Walks and Search Algorithms.* Springer, Cham, 2th edition, 2018.

[2] D. Aharonov, A. Ambainis, J. Kempe, and U. Vazirani. Quantum walks on graphs. In *Proc. 33th STOC*, pages 50–59, New York, 2001. ACM.

[3] E. Farhi and S. Gutmann. Quantum computation and decision trees. *Phys. Rev. A*, 58:915–928, 1998.

[4] A. M. Childs and J. Goldstone. Spatial search by quantum walk. *Phys. Rev. A*, 70:022314, 2004.

[5] M. Delvecchio, C. Groiseau, F. Petiziol, G.S. Summy, and S. Wimberger. Quantum search with a continuous-time quantum walk in momentum space. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 53(6):065301, 2020.

[6] P. H. G. Lugão, R. Portugal, M. Sabri, and H. Tanaka. Multimarked spatial search by continuous-time quantum walk. *ArXiv:2203.14384*, 2022.

[1] anderson.barbosa@gmail.com.
[2] franklin.marquezino@gmail.com.
[3] renato.portugal.d.sc@gmail.com.

[7] G. A. Bezerra, P. H. G. Lugão, and R. Portugal. Quantum-walk-based search algorithms with multiple marked vertices. *Phys. Rev. A*, 103:062202, 2021.

[8] A. Chan, C. Godsil, C. Tamon, and W. Xie. Of shadows and gaps in spatial search. *ArXiv:2204.04355*, 2022.

[9] H. Tanaka, M. Sabri, and R. Portugal. Spatial search on Johnson graphs by continuous-time quantum walk. *Quantum Information Processing*, 21(2):74, 2022.