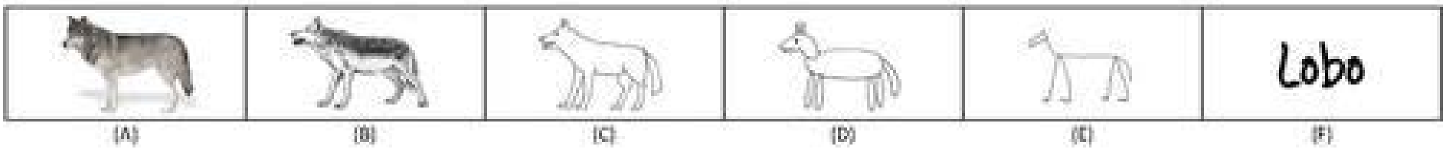
umlivroaberto

http://umlivroaberto.com

ATIVIDADE 2

Na sua opinião, qual das seis imagens (A), (B), (C), (D), (E) e (F) a seguir melhor representa um lobo? Por quê?

IMAGENS ADAPTADAS DE QUILLIN & THOMAS (2015)



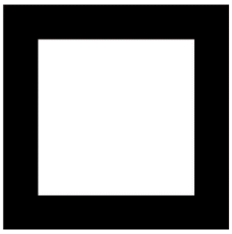
ATIVIDADE 5

Nesta atividade vamos explorar a geometria das sombras! Para isto, você receberá um kit cujas sombras deverá analisar: um cubo vazado, um triângulo e um lápis (ou uma caneta ou ainda um canudinho plástico). **No que se segue, o termo configuração significa uma escolha da posição do objeto, da fonte de luz e do anteparo, conforme o caso.**

EXPERIMENTOS COM UM CUBO VAZADO (DÊ AS RESPOSTAS PARA O CASO DA LUZ DA LANTERNA DO CELULAR E O CASO DA LUZ SOLAR)

(a) As arestas do cubo vazado têm todas o mesmo tamanho. O mesmo acontece para as sombras destas arestas?

(b) Existe alguma configuração para a qual a sombra do cubo vazado seja semelhante à imagem da figura a seguir? Em caso afirmativo, é possível manter esta sombra movendo o cubo vazado em alguma direção? Qual?



(c) Arestas que são perpendiculares no cubo vazado têm sombras que são perpendiculares no anteparo de projeção?

(d) Arestas que são paralelas no cubo vazado têm sombras que são paralelas no anteparo de projeção?

EXPERIMENTOS COM UM LAPIS (DÊ AS RESPOSTAS PARA O CASO DA LUZ DA LANTERNA DO CELULAR E O CASO DA LUZ SOLAR)

(a) O comprimento da sombra é sempre igual ao comprimento do lápis, **independentemente da configuração**?

(b) Existe alguma configuração para a qual o comprimento da sombra seja igual ao comprimento do lápis?

(c) Segure o seu lápis no meio com as pontas de seus dedos, isto é, considerando o lápis como se fosse um segmento de reta, segure-o pelo seu ponto médio. A sombra das pontas de seus dedos sempre está no meio da sombra do lápis **independentemente da configuração**?

(d) Em qual configuração a sombra do lápis tem a menor área possível?

(e) Existe alguma configuração onde a sombra não se altere ao mover o lápis em alguma direção?

EXPERIMENTOS COM UM TRIÂNGULO (DÊ AS RESPOSTAS PARA O CASO DA LUZ DA LANTERNA DO CELULAR E O CASO DA LUZ SOLAR)

(a) Existe alguma configuração para a qual a sombra do triângulo é um triângulo isósceles?

(b) Existe alguma configuração para a qual a sombra do triângulo é um triângulo equilátero?

(c) Em qual configuração a sombra do triângulo tem a menor área possível?

(d) Existe alguma configuração onde a sombra do triângulo não se altere ao movê-lo em alguma direção? Qual?

(e) O baricentro de um triângulo é o ponto de interseção das medianas do triângulo, isto é, o ponto de interseção dos segmentos de reta que ligam um vértice ao ponto médio do lado oposto. Faça um furo no baricentro do seu triângulo, de forma que, ao expô-lo à luz, o ponto correspondente no anteparo ficará iluminado. Este ponto iluminado é baricentro da sombra do triângulo?

ATIVIDADE 6

O objetivo desta atividade é levar você a ponderar sobre concepções de modelos geométricos que permitam representar projeções de sombras considerando, para isto, algumas hipóteses simplificadoras. Esses modelos serão úteis no que se segue ao longo do capítulo. De fato, com esse conhecimento, será possível explicar e quantificar os fenômenos que você observou na Atividade: luzes e sombras e, também, compreender o seu uso em aplicações diversas.

(a) Vamos supor que a lanterna do celular possa ser representada por um ponto que emite raios de luz.

- Desenhe, **a lápis**, um diagrama representando o ponto de luz, alguns raios luminosos que dele emanam e como estes atingem o anteparo.
- No desenho que você fez no item anterior, inclua um triângulo opaco entre o ponto de luz e o ante- paro. Que partes dos raios de luz deixarão de atingir o anteparo? Redesenhe estas partes usando uma linha tracejada. Como ficará desenhada a sombra do triângulo?

(b) Considere a figura a seguir. Pergunta 1: qual representação do Sol é mais comum entre as crianças? (A), (B) ou (C)? Pergunta 2: qual representação do Sol é mais fiel ao comportamento dos raios de luz? (A), (B) ou (C)?

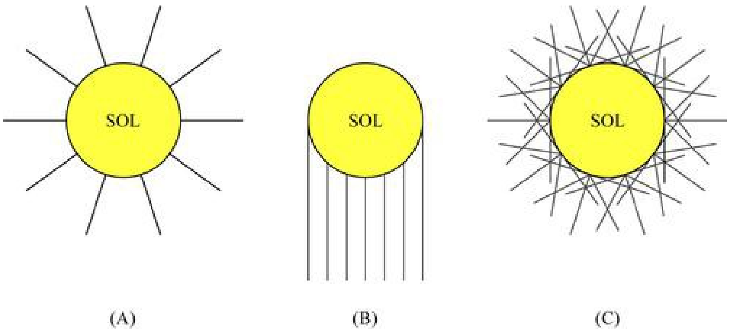


Figura: Três representações dos raios do Sol.

(c) Uma simplificação frequentemente usada é a de admitir que os raios do Sol chegam paralelos à Terra. Essa simplificação é razoável para você? Dê argumentos que justifiquem sua opinião!

(d) Admitindo que os raios do Sol chegam paralelos à Terra, desenhe, **a lápis**, um diagrama representando alguns raios solares atingindo o anteparo.

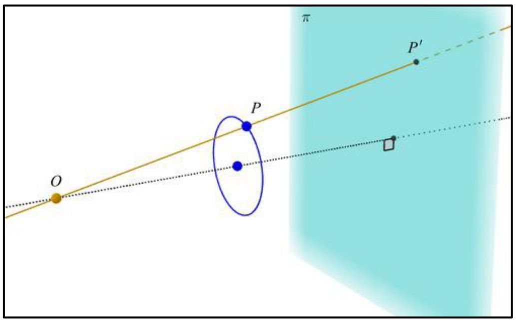
(e) No desenho que você fez no item anterior, inclua um triângulo opaco. Que partes dos raios de luz deixarão de atingir o anteparo? Redesenhe estas partes usando uma linha tracejada. Como ficará desenhada a sombra do triângulo?

ATIVIDADE 7

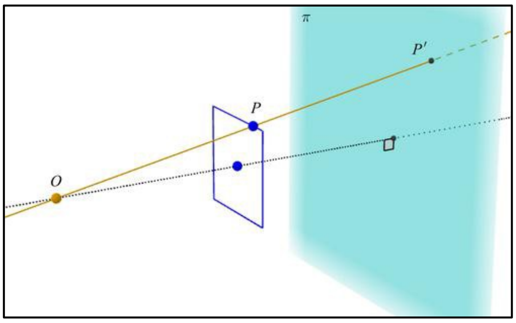
(a) (Projeções em Perspectiva)

- Na figura a seguir, (1) a reta que passa pelo ponto O e o centro do círculo é perpendicular ao plano π e (2) o círculo é paralelo a π. Como vimos, para determinar a projeção em perspectiva do círculo com relação ao centro O sobre o plano de projeção π, é necessário construir retas que passam por O e por pontos do círculo.

Se desenharmos todas estas retas, que tipo de superfície será obtida?

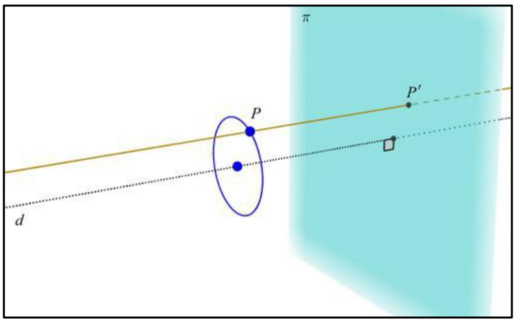


- Na figura a seguir, (1) a reta que passa pelo ponto O e o centro do quadrado é perpendicular ao plano π e (2) o quadrado é paralelo a π. Como vimos, para determinar a projeção em perspectiva do quadrado com relação ao centro O sobre o plano de projeção π, é necessário construir retas que passam por O e por pontos do quadrado. Se desenharmos todas estas retas, que tipo de superfície será obtida?

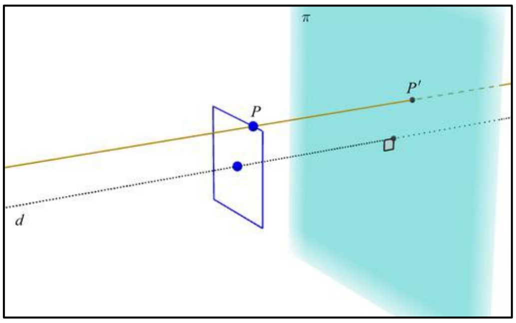


(b) (Projeções Paralelas)

- Na figura a seguir, (1) a reta d que passa pelo centro do círculo é perpendicular ao plano π e (2) o círculo é paralelo a π. Como vimos, para determinar a projeção paralela do círculo com relação a direção dada por d sobre o plano de projeção π, é necessário construir retas que passam por pontos do círculo e que são paralelas a d. Se desenharmos todas estas retas, que tipo de superfície será obtida?

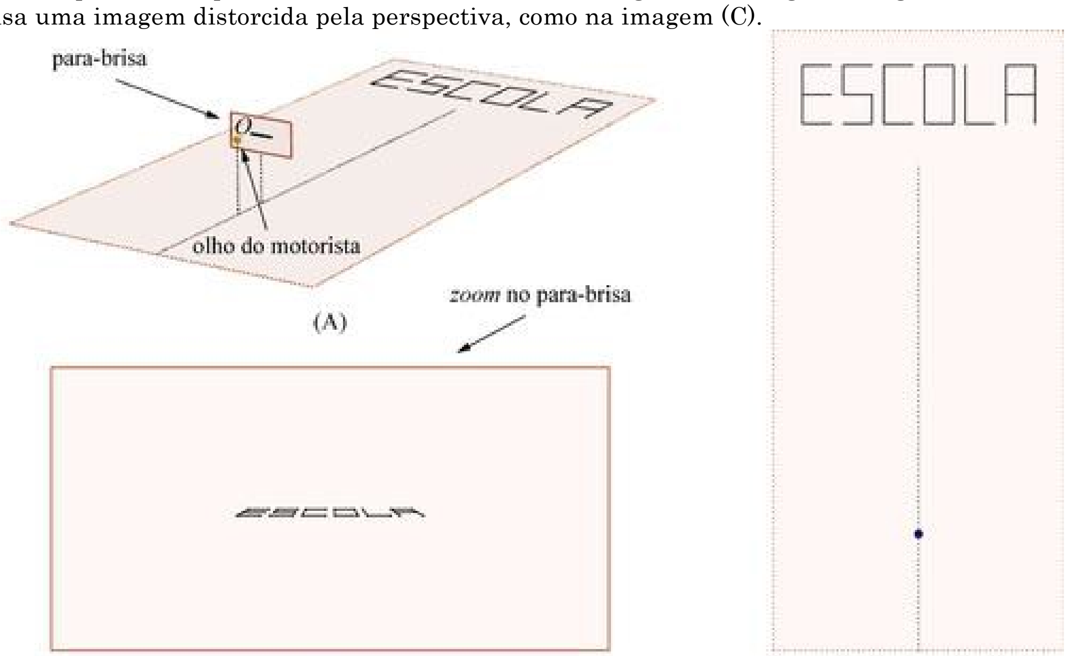


- Na figura a seguir, (1) a reta d que passa pelo centro do quadrado é perpendicular ao plano π e o quadrado é paralelo a π. Como vimos, para determinar a projeção paralela do quadrado com relação a direção dada por d sobre o plano de projeção π, é necessário construir retas que passam por pontos do quadrado e que são paralelas a d. Se desenharmos todas estas retas, que tipo de superfície será obtida?



ATIVIDADE 9

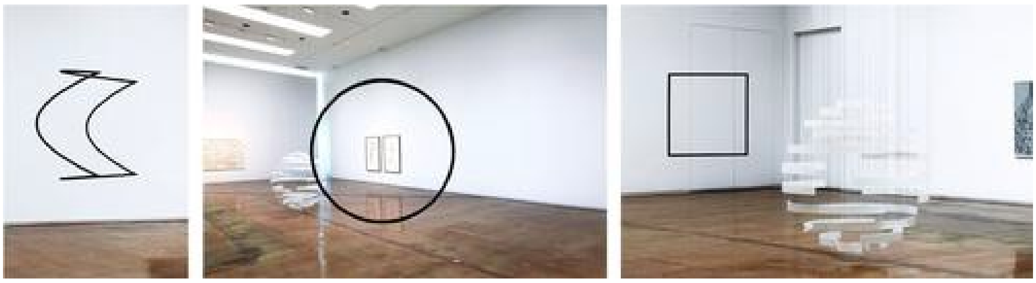
(a) Deseja-se pintar a palavra "ESCOLA" em uma rua para advertir os motoristas da proximidade de uma escola. Contudo, se a palavra for pintada normalmente, como na imagem (B) da figura a seguir, o motorista verá pelo para-brisa uma imagem distorcida pela perspectiva, como na imagem (C).



(1) Como deveria ser pintada a palavra na rua para que, vista pelo para-brisa de um carro, ela fosse visualizada sem distorções, como na figura a seguir. Aqui, é suficiente que você descreva um procedimento de como obter o desenho da palavra na rua: você não precisa efetivamente fazer o desenho da palavra.

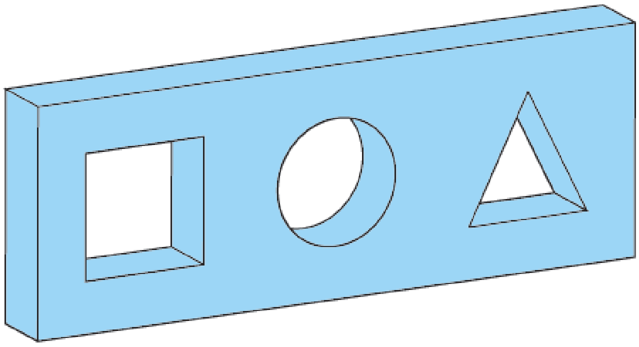
(2) O desenho da palavra que você propôs para ser pintada na rua no item anterior seria vista **sempre** sem distorções a medida que o carro se aproxima da palavra pintada?

(b) O grupo Troika tem como missão "desenvolver obras artísticas com um interesse particular na percepção e experiência espacial, desafiando prescrições de conhecimento, controle, e o que significa ser humano na era da tecnologia". A obra "Squaring The Circle" (Quadratura do Círculo) é uma peça feita de ferro que, quando observada de um ponto de vista particular, o que se vê é um círculo e, a mesma peça, quando observada de outro ponto de vista, se mostra como um quadrado.



Como construir uma tal peça? Aqui, é suficiente que você descreva um procedimento matemático de como obtê-la: você não precisa explicitar equações para o formato geométrico da peça.

(c) Este é um desafio antigo e que apareceu na edição de agosto de 1958 da revista Scientific American. A figura a seguir exibe uma mesa com três buracos: um na forma de um quadrado, o outro na forma de um círculo e o terceiro na forma de um triângulo isósceles. O diâmetro do círculo, o lado do quadrado, a base do triângulo isósceles e sua respectiva altura têm a mesma medida.



Pergunta: é possível construir uma rolha que possa ser usada para tapar qualquer um dos três buracos, um por vez? Em caso afirmativo, descreva um procedimento matemático de como obtê-la.

ATIVIDADE 10

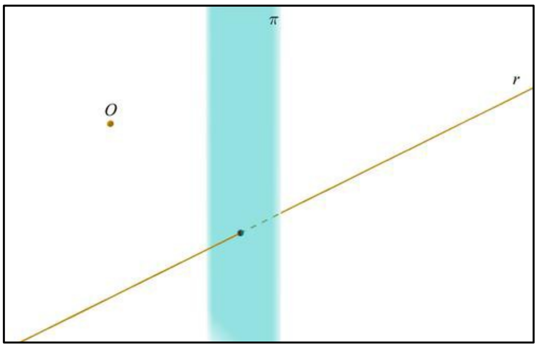
Você já percebeu em uma estrada ou em um corredor comprido (figura a seguir) que elementos da cena que são paralelos como as linhas do acostamento ou as linhas das paredes não são vistos como paralelos e parecem convergir para um ponto? Nesta atividade, veremos como este fenômeno é explicado pelas projeções em perspectiva.

Este tipo de situação é traduzido pela frase popular "Retas paralelas se encontram no infinito!". Note, contudo, que as retas paralelas na cena tridimensional nunca se encontram. A concorrência ocorre para os prolonga- mentos das projeções em perspectiva de retas paralelas que não são paralelas ao plano de projeção.

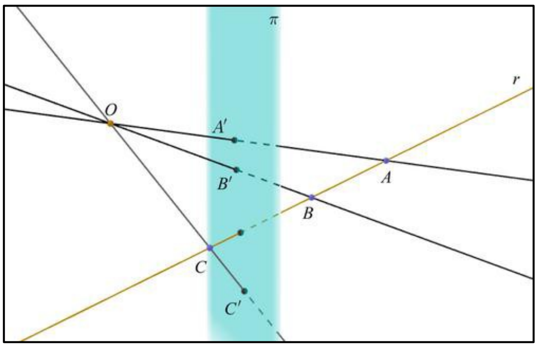
PARTE 1.

Vamos primeiro compreender como a projeção em perspectiva de uma reta não paralela ao plano de projeção pode ser obtida por meio da interseção de dois planos. Caso queira acompanhar os passos descritos a seguir com um modelo interativo que pode ser girado e ampliado, acesse (inclusive do seu celular) o seguinte endereço: <https://www.geogebra.org/m/pcx56y49>.

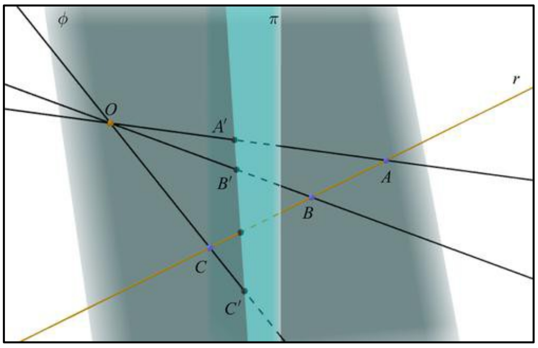
Como na figura a seguir, considere uma projeção em perspectiva determinada por um centro O e um plano de projeção π. Suponha que o ponto O não pertença ao plano π. Considere também uma reta r não paralela ao plano π e que não passa pelo ponto O.



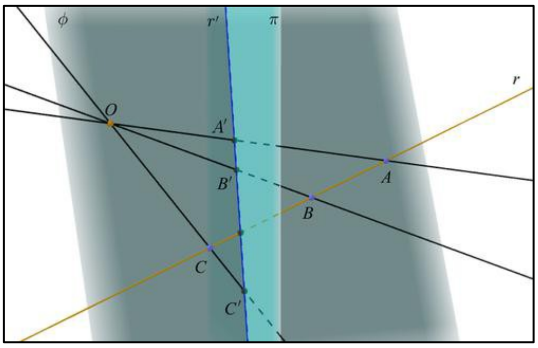
Para determinar a projeção em perspectiva de uma reta r, devemos, de acordo com a definição, para cada ponto de r, determinar a interseção da reta que passa pelo ponto e o centro O com o plano π. A figura a seguir exibe as projeções A', B e C dos pontos A, B e C da reta r.



Observe que os pontos da reta r projetados pertencem ao plano π e, também, ao plano ϕ que passa por O e contém a reta r, conforme a figura a seguir.



Em particular, os pontos da reta r projetados sobre o plano π pertencem à interseção r' dos dois planos π e φ.



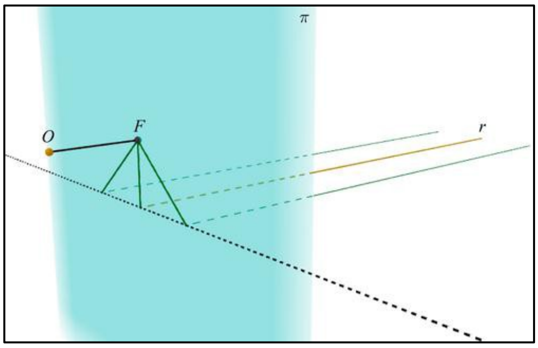
Pergunta 1. Não existe ponto algum da reta r cuja projeção sobre o plano π seja o ponto F. Por quê?

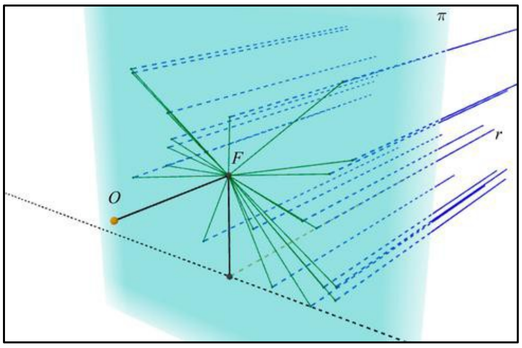
Note que, em particular, a projeção da reta r não é uma reta mas, sim, uma reta menos um ponto: $r' - \{F\}$. Se prolongarmos esta projeção incluindo o ponto F, obteremos uma reta: r'.

Pergunta 2. Suponha no que foi feito até agora, a reta r seja trocada por uma outra reta diferente, mas paralela à reta r. O ponto F para esta nova reta será o mesmo, não mudará. Por quê?

Pergunta 3. Supomos inicialmente que a reta r não passa pelo ponto O. O que mudaria no que foi feito se O fosse um ponto de r?

Considere agora o caso de duas ou mais retas paralelas que não são paralelas ao plano de projeção π. Em decorrência do que foi estabelecido nas Perguntas 1 e 2, sabemos que suas projeções sobre o plano π são retas menos um mesmo ponto F e que, se prolongássemos essas projeções, obteríamos retas concorrentes no ponto F. As figuras a seguir ilustram essa propriedade. Isto também explica a “convergência” das linhas do acostamento e das linhas das paredes nas imagens exibidas inicialmente nesta atividade.

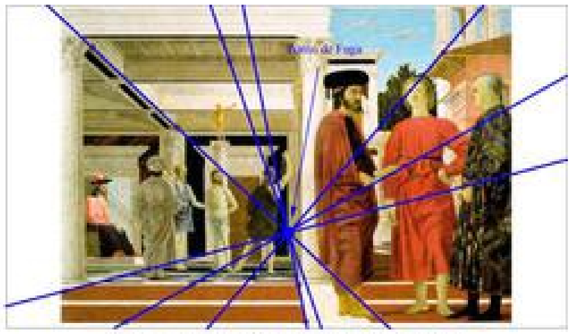




PARTE 3.

Caso uma pintura queira retratar a realidade segundo a metáfora da janela de Alberti (Figura 2.54), os ele- mentos desenhados devem respeitar as propriedades das projeções em perspectiva. Em particular, segmentos de retas que são paralelos na cena tridimensional devem ser desenhados como segmentos de reta cujos prolongamentos se encontram em um ponto de fuga. Você receberá reproduções de pinturas, desenhos e fotos do seu professor. Em cada uma delas, você deve identificar quais são os elementos que são supostamente paralelos na cena tridimensional sendo registrada (contornos de paredes, ladrilhos, etc.) e, então, desenhar segmentos de reta nesses elementos da imagem. Aqui está um exemplo.

Original



Com segmentos desenhados sobre a imagem