

# PROGRAMAÇÃO MINISSIMPÓSIO MS10 - CNMAC 2022

Título: Teoria Espectral de Grafos

Organizadores: Luiz Emilio Allem (UFRGS) e Nair Maria Maia de Abreu (COPPE/UFRJ).

---

Dia: 27/09/2022 (Terça-feira)

Horário: 14h às 16h

---

**Palestra 1** : Carla Silva Oliveira / ENCE/IBGE.

**Título** : O problema de  $A_\alpha(G)$  ser uma matriz positiva semidefinida.

**Resumo** : Seja  $G$  um grafo conexo de ordem  $n$ , com matriz de adjacência  $A(G)$  e matriz diagonal dos graus  $D(G)$ . Para qualquer  $\alpha \in [0, 1]$ , Nikiforov definiu a matriz  $A_\alpha(G)$  da seguinte maneira:

$$A_\alpha(G) = \alpha D(G) - (1 - \alpha)A(G).$$

Em 2017, Nikiforov [V. Nikiforov, Merging the  $A$ - and  $Q$ -spectral theories, Appl. Anal. Discrete Math. 11 (2017) 81-107] apresentou o seguinte problema: dado um grafo  $G$  encontrar o menor valor de  $\alpha$  para o qual a matriz  $A_\alpha(G)$  seja positiva semidefinida. Nesta palestra serão apresentados alguns resultados envolvendo esse problema.

---

**Palestra 2** : Cybele Tavares Maia Vinagre / UFF.

**Título** : Exploring symmetries in cographs for obtaining spectra and energies.

**Resumo** : In this talk, we show how to explore symmetries present in the cotree of a cograph  $G$  and apply these ideas to obtain parts of the spectra of matrices associated with  $G$ . In each case, the remaining eigenvalues may be obtained from the spectrum of a smaller matrix, thus reducing the complexity for the computation of the spectra of those matrices. The algorithm we will talk about may be applied to any matrix whose underlying graph is a cograph, in a unified way. As applications, we study the energies of known matrices, such as adjacency, Laplacian, signless Laplacian, distance and its Laplacians, and normalized Laplacian. We find infinite families of equienergetic cographs and discuss what integers can be energies of cographs.

---

**Palestra 3** : Fernando Colman Tura / UFSM.

**Título** : O Espectro Laplaciano de Cografos.

**Resumo** : Os cografos, também conhecidos como grafos livres de  $P_4$ , são uma classe de grafos definida recursivamente a partir de um único vértice pelas operações de união disjunta e join. Os autovalores da matriz Laplaciana de um cografo são não negativos e inteiros. Nessa palestra, apresentamos uma relação entre os autovalores laplacianos não nulos de  $G$  e os números gêmeos de  $G$ , generalizando um resultado devido a R.

Merris que afirma que os autovalores diferentes de zero de um grafo threshold  $H$  são iguais ao conjugado da sequência de Ferres da sequência de graus de  $H$ . Finalizamos, apresentando uma prova da conjectura da sobreposição entre os espectros Laplacianos de dois cografos que compartilham a mesma forma reduzida e a mesma sequência de números de gêmeos.

---

**Palestra 4** : Francisca Andrea Macedo França / UFF.

**Título** : Autovalores principais em árvores de Bethe generalizadas.

**Resumo** : Um autovalor da matriz de adjacência de um grafo é dito principal, se o autoespaço correspondente é ortogonal ao vetor cujas entradas são iguais a 1. Nesta palestra serão apresentados resultados recentes sobre os autovalores principais das árvores Bethe generalizadas, em particular serão caracterizados os espectros principais sobre algumas subclasses destas árvores.

---

Dia: 28/09/2022 (Quarta-feira)

Horário: 15h15 às 17h15

---

**Palestra 1** : Rodrigo Braga / UFRGS.

**Título** : Bipartite graphs and combinatorial designs.

**Resumo** : In Spectral Graph Theory, graphs with few eigenvalues have received a great deal of attention from many researchers. These graphs tend to have some kind of regularity. For well studied real symmetric matrices associated to simple graphs, like the adjacency, the Laplacian and the signless Laplacian matrix, a graph with only one eigenvalue is edgeless, a connected graph with two distinct eigenvalues is complete and a connected regular graph has three eigenvalues if and only if it is strongly regular. Bipartite regular graphs with four distinct eigenvalues for the adjacency matrix are precisely the incidence graphs of a symmetric 2-design and a biregular bipartite graph with five distinct eigenvalues is the incidence graph of partial geometric designs with three distinct singular values, one of them equals zero. In this talk, we investigate some open problems related to nonregular bipartite graphs with four or five distinct eigenvalues for the adjacency matrix, establishing a connection between these graphs and different combinatorial designs.

---

**Palestra 2**: Renata R. Del-Vecchio / UFF.

**Título** : Graphs with few distinct eigenvalues of the Distance and the Laplacian Distance matrices.

**Resumo** : Graph with few distinct eigenvalues, according to Brower and Hammers, are important because they have some kind of regularity. This means that the number of distinct eigenvalues, considering matrices associated with a graph, is intrinsically related to the structure of the graph. In this talk we will present some classes of graphs with few distinct eigenvalues, considering the Distance matrix and the Laplacian Distance matrix. We will investigate some structural properties in these classes, such as forbidden subgraphs.

---

**Palestra 3** : Claudia Marcela Justel / IME.

**Título**: Análise do tipo das árvores broom.

**Resumo**: A classificação de árvores em dois casos utilizando o autovetor correspondente ao segundo menor autovalor da matriz Laplaciana foi introduzida por Fiedler em 1975. Posteriormente, em 1987, Grone e Merris denominaram árvores de tipo 1 e tipo 2, dependendo da classificação dada por Fiedler. Em 2007, Patra publicou resultados analisando propriedades e o tipo de uma família de árvores conhecidas na literatura como árvores broom . Essas árvores são denotadas  $T_{n,k}$ ; onde  $n$  e  $k$  são números naturais,  $n$  é o número de vértices da árvore estritamente maior que  $k$  e  $k$  no mínimo igual a 3. Patra mostrou que se o valor de  $k$  é suficientemente grande quando comparado com  $n$ , a árvore  $T_{n,k}$ ; é de tipo 2. Na conclusão do mesmo artigo, o autor pergunta se todas as árvores broom são de tipo 2. Nesta palestra apresentamos alguns resultados obtidos no estudo do tipo de árvores broom, mostrando resultados experimentais e teóricos. (Trabalho conjunto com Daniel Felisberto Traciná e Gabriel Portela)

---

**Palestra 4** : Leonardo Silva de Lima / UFPR.

**Título** : On graphs with eigenvector entries in  $\{-1, +1\}$ .

**Resumo** : Let  $G$  be a simple graph on  $n$  vertices, and let  $A(G)$  be its adjacency matrix. If an  $n$ -vector  $v$  is an eigenvector to  $A(G)$  associated with an eigenvalue  $\lambda$ , we say that  $v$  is an eigenvector of the graph  $G$ . In 1986, Herbert Wilf asked what kind of graphs have an eigenvector with entries formed only by  $\pm 1$ . In this talk, we aim to present a solution for this question and show some interesting consequences to the structure of graph  $G$ . In addition, we extended the initial question by determining all graphs with an eigenvector with entries only in  $\{-1, 0, +1\}$ .